

# Mathematischer Vorkurs

## Übungsblatt 2 (02.04.2012)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Prof. Dr. Norbert Pietralla/Sommersemester 2012  
c.v.meister@skmail.ikp.physik.tu-darmstadt.de

1. Es gilt: für  $f(x) = x^n$  mit  $n \in \mathbb{N}$  ist die Ableitung gegeben durch  $f'(x) = nx^{n-1}$ . Man zeige mit der Quotientenregel, dass diese Regel auch für negative ganzzahlige Werte von  $n$  gilt.

2. Berechnen die sie Ableitungen folgender Funktionen:

$$(a) f(x) = x^n \sin(x) \cos(x), \quad (b) f(x) = \frac{a + bx}{c + dx}, \quad \left(x \neq -\frac{c}{d}\right)$$

3. Berechnen sie die Nullstellen und Extremwerte folgender Funktionen:

$$(a) y = 2x^4 - 8x^2, \quad (b) y = \sin(0.5x), \quad (c) y = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x.$$

4. Bestimmen sie die Extremwerte und Wendepunkte folgender Funktionen:

$$(a) y = \frac{x}{x^2 + 1}, \quad (b) y = x \ln^2(x), \quad (c) y = x^n e^{-x}.$$

5. Entwickeln sie die folgenden Funktionen an der Stelle  $x_0 = 0$  in eine Taylorreihe. Geben sie jeweils die ersten vier Glieder dieser Reihe an:

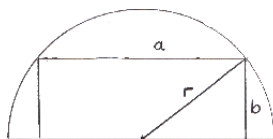
$$(a) f(x) = \sqrt{1-x}, \quad (b) f(x) = \ln(1+x).$$

6. Berechnen sie den im 1. Quadranten liegenden Schnittpunkt der Funktionen  $f(x) = e^x - 1$  und  $g(x) = 2 \sin(x)$ . Nähern sie beide Funktionen durch ein Näherungspolynom  $p_3(x)$  3. Grades an.

7. Berechnen sie mit der Regel von l'Hospital den Grenzwert

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{e^{\lambda\tau} - 1}{3\tau}.$$

8. Einem Halbkreis mit Radius  $r$  ist ein Rechteck einzuschreiben, dessen Flächeninhalt möglichst groß sein soll (siehe Abbildung). Wie groß müssen die Rechteckseiten  $a$  und  $b$  sein?



9. Bilden sie die partiellen Ableitungen nach  $x$  und  $y$  von folgenden Funktionen:

$$(a) f(x, y) = x^2 \sqrt{1-y^2}, \quad (b) f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}, \quad (c) f(x, y) = \sin(axy^2).$$